

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SINALOA**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS**  
**CARRERA: LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS**



**PROGRAMA DE ESTUDIOS**

<b>1. DATOS DE IDENTIFICACIÓN</b>			
<b>UNIDAD DE APRENDIZAJE</b>	CÁLCULO INTEGRAL VECTORIAL		
<b>Clave:</b>	4423		
<b>Semestre:</b>	III		
<b>Eje Curricular:</b>	( X ) Básica    ( ) Profesionalizante    ( ) Acentuación		
<b>Área:</b>	( X ) Física-Matemática    ( ) Cs. Sociales y Humanidades    ( ) Idiomas ( ) Básico Profesional    ( ) Profesional		
<b>Horas y créditos:</b>	<b>Teóricas: 5</b>	<b>Prácticas:</b>	<b>Estudio Independiente:</b>
	<b>Horas por semana: 5</b> <b>Total de horas: 80</b>		<b>Créditos: 10</b>
<b>Tipo de curso:</b>	<b>Teórico (x)</b>	<b>Teórico-práctico ( )</b>	<b>Práctico ( )</b>
<b>Competencias del perfil de egreso a la que aporta</b>	Desarrollo del rigor matemático y aplicación de las matemáticas para la solución de problemas de otras áreas. Posee sólidos conocimientos de la estructura axiomática, teoría, desarrollo y aplicaciones del cálculo integral de varias variables, del cálculo de integrales de línea y de superficie. Capaz de captar las ideas esenciales de problemas de otras áreas para la elaboración de modelos matemáticos con la finalidad de resolverlos usando las herramientas del cálculo integral.		
<b>Unidades de aprendizaje relacionadas</b>	Cálculo I, II y III; Álgebra lineal I y II; Análisis Matemático III; Probabilidad II; Estadística I y II; Actividades Interdisciplinarias I y II.		
<b>Responsables de elaborar y/o actualizar el programa:</b>	Dr. Jesús Armando Domínguez Molina. Dr. Martín Humberto Félix Medina. M.C. Humberto Villegas Rodríguez.		
<b>Fecha de</b>	<b>Elaboración: Noviembre 2018</b>	<b>Actualización:</b>	
<b>2. PROPÓSITO</b>			
Comprender la definición de la integral de una función acotada de $\mathbb{R}^n$ a $\mathbb{R}$ ; las propiedades de las funciones integrales; las definiciones y propiedades básicas de los conjuntos Jordan-medibles, de los conjuntos de medida cero y el criterio de integrabilidad de funciones; el cálculo de integrales múltiples mediante integrales iteradas y mediante el cambio de variable; la definición, propiedades básicas y el cálculo de integrales de línea y de integrales de superficie, así como de aplicar estos conocimientos para			

resolver problemas tanto dentro del área de la Matemática como de otras ciencias.

### 3. SABERES

#### Teóricos:

- Definición de la integral de una función acotada de  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}$  en un rectángulo acotado y sus propiedades.
- Definición y propiedades de conjuntos Jordan-medibles y conjuntos de medida cero.
- Definición de una función acotada de  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}$  en conjuntos Jordan-medibles y el criterio de integrabilidad.
- Teorema de Fubini, el cálculo de integrales mediante integrales iteradas.
- Teorema de cambio de variables y su aplicación para el cálculo de integrales.
- Definición de integral de línea y sus propiedades.
- Definición de integral de superficies y sus propiedades.
- Teoremas de Green, Stokes y Gauss.

#### Prácticos:

- Calcula integrales múltiples de funciones de  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}$  sobre rectángulos y sobre conjuntos más generales.
- Aplica el concepto de integral múltiple para calcular masas, densidades y centros de masa de cuerpos que se pueden describir como subconjuntos de  $\mathbb{R}^2$  o  $\mathbb{R}^3$ .
- Calcula integrales de línea de funciones escalares y vectoriales, y aplica este concepto para calcular longitudes de trayectorias, masas de alambres o varillas y el trabajo realizado por una fuerza aplicada a lo largo de una trayectoria.
- Calcula integrales de superficie de funciones escalares y vectoriales, y aplica este concepto para calcular áreas de superficies, masas de laminas y flujos de fluidos a través de superficies.
- Aplica el teorema de Green para calcular áreas de regiones planas mediante integrales de línea y viceversa.
- Aplica el teorema de Stokes para calcular integrales de superficie mediante integrales de línea y viceversa.

#### Actitudinales:

- Desarrolla una actitud reflexiva en la apropiación de nuevos conceptos-
- Utiliza el rigor matemático en la demostración de resultados
- Cultiva el autoaprendizaje
- Valorar el papel de las Matemáticas en el desarrollo de la ciencia y la tecnología

### 4. CONTENIDO TEMÁTICO

#### 1 Integral de Riemann (25 horas)

##### 1.1 La integral de Riemann para funciones de $\mathbb{R}^n$ a $\mathbb{R}$ sobre rectángulos

###### 1.1.1. Particiones de rectángulos de $\mathbb{R}^n$

###### 1.1.2. Sumas inferiores y superiores

###### 1.1.3. La integral de Riemann

##### 1.2 Propiedades de la integral de Riemann sobre rectángulos

###### 1.2.1 Integrabilidad de funciones continuas

###### 1.2.2 Consecuencias de integrabilidad

###### 1.2.3. Integrabilidad de funciones definidas como operaciones entre funciones integrables

###### 1.2.4. Teorema del valor medio para integrales

- 1.3 Medida de Jordan
  - 1.3.1. Conjunto Jordan medibles
  - 1.3.2. Propiedades de conjuntos Jordan medibles
  - 1.3.3 Condiciones suficientes para la integrabilidad de funciones sobre rectángulos
- 1.4 La integral sobre conjuntos Jordan-medibles
  - 1.4.1 Definición
  - 1.4.2 Condiciones suficientes para la integrabilidad de funciones sobre conjuntos Jordan medibles
  - 1.4.3 Integrabilidad de funciones definidas como operaciones entre funciones integrables
  - 1.4.4 Teorema del valor medio para integrales

## **2 Cálculo de integrales de Riemann (25 horas)**

- 2.1 Integrales iteradas
  - 2.1.1. Teorema de Fubini
  - 2.1.2. Cálculo de integrales múltiples mediante integrales iteradas
- 2.2 Integral de Riemann sobre conjuntos Jordan medibles
  - 2.2.1. Cambio de orden de integración
  - 2.2.2 Tipos de regiones de integración
  - 2.2.3 Derivada de funciones definidas en términos de una integral (derivación mediante la integral)
- 2.3 El Teorema de Cambio de Variable
  - 2.3.1. Transformaciones de regiones de integración
- 2.4 Algunos cambios de variable
  - 2.4.1. Coordenadas polares, cilíndricas, esféricas
  - 2.4.2. Integrales impropias
- 2.5 Masa y centro de masa

## **3 Integrales de línea (15 horas)**

- 3.1 Curvas y trayectorias
- 3.2 Integral de línea
  - 3.2.1 Integral de línea de funciones escalares
  - 3.2.2 Integral de línea de funciones vectoriales
- 3.3. Reparametrización de curvas
- 3.4 Campos conservativos
  - 3.4.1. Segundo teorema fundamental del cálculo para integrales de línea
  - 3.4.2. Primer teorema fundamental del cálculo para integrales de línea
  - 3.4.3. Condiciones necesarias y suficientes para que un campo vectorial sea un gradiente
  - 3.4.4. Criterio de las derivadas parciales mixtas para que un campo vectorial sea un gradiente
- 3.5 El teorema de Green en el plano y en el espacio
- 3.6 Caso general del criterio de las derivadas parciales mixtas para que un campo vectorial sea un gradiente.

## **4 Integrales de superficie (15 horas)**

- 4.1. Superficies
  - 4.1.1. Representación paramétrica de una superficie
  - 4.1.2. Área de una superficie
  - 4.1.3. Orientación
- 4.2. Integrales de superficie
  - 4.2.1. Integral de superficie de funciones escalares
  - 4.2.2. Integral de superficie de funciones vectoriales
- 4.4. El teorema de Stokes
- 4.5. El teorema de Gauss

## 5. ACCIONES ESTRATÉGICAS PARA EL APRENDIZAJE

Sensibilización y atención:

Realizar una exposición introductoria de los temas en cada unidad, estableciendo los conceptos fundamentales y sus propiedades.

Estrategias y técnicas de aprendizaje:

- Aprendizaje basado en problemas.
- Aprendizaje colaborativo en la resolución de ejercicios y en exposiciones.

## 6. EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE

6.1. Evidencias de aprendizaje	6.2. Criterios de desempeño	6.3. Calificación y acreditación
-Exámenes por unidad	- Exámenes por unidad: Comprensión de conceptos y su uso en la solución correcta de problemas.	70% tres exámenes: (uno por cada una de las otras unidades)
-Solución de problemas	-Solución de problemas en clase -Solución de problemas extra-clase (tareas)	30% trabajos extraclase

## 7. FUENTES DE INFORMACIÓN

### Fuentes de Información Básica:

- *Cálculo integral de varias variables 2da ed.*. J. Páez Cárdenas. Editorial La prensa de ciencias. UNAM. [http://intermat.fciencias.unam.mx/notas\\_calc\\_iv.pdf](http://intermat.fciencias.unam.mx/notas_calc_iv.pdf)
- *Análisis Matemático Vol. 2. Curso intermedio.* Haaser, N. B., La Salle, J.P. y Sullivan, J. A. Ed. Trillas
- *Introducción al Análisis Matemático 2ª ed.* Bartle, R.. G. Ed. Limusa
- *Calculus, volumen 2.* Apostol, T. M. Ed. Reverté.
- *Cálculo Vectorial, 5ª ed.* Marsden, J. E. y Tromba, A. J. Addison-Wesley
- *Cálculo Infinitesimal de Varias Variables Reales, Volumen II* Villa Salvador, G.D.  
[www.ctrl.cinvestav.mx/~gvilla/CalculoIV.pdf](http://www.ctrl.cinvestav.mx/~gvilla/CalculoIV.pdf)

### Fuentes de información complementaria:

- *Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático (Vol. II).* Courant, Richard y Fritz, John. Limusa
- *Cálculo vectorial.* Pita Ruiz, C., Prentice Hall, Hispanoamérica, S. A.
- *Vector Calculus, Linear Algebra and Differential Forms. A Unified Approach.* J.H. Hubbard y B. B. Hubbard, Ed. Prentice Hall
- *Internet Supplement for Vector Calculus* Fifth Edition. Marsden, J. E. y Tromba, A., W. H. Freeman and Company Publishers.
- *Vector Calculus.* , Sixth Edition. Marsden, J. E. y Tromba, A., W. H. Freeman and Company Publishers.

## 8. PERFIL DEL PROFESOR:

- Posee formación sólida en matemáticas, de manera que le permita conectar los saberes del curso con otras asignaturas, así como con el perfil de egreso del licenciado en Matemáticas.

- Demuestra habilidades didácticas de enseñanza y evaluación del aprendizaje.